Cálculo de la distancia entre 2 coordenadas geográficas.

-NOTA: Se aproximará la Tierra como una esfera perfecta.

Las coordenadas geográficas se pueden interpretar ubicándonos en el centro de la tierra trazando un linea recta hasta la superficie terrestre y esta linea es dirigida ciertos grados latitud norte o sur (90º hasta -90º) y tanto grados longitud Este u Oeste (180º hasta -180º).
0º de latitud corresponde al ecuador , latitud Norte se representa por ángulos positivos y latitud Sur por ángulos negativos. Luego 0º de longitud corresponde al meridiano de Greenwich , longitud este es representada por ángulos positivos y longitud Oeste por ángulos negativos.
Para empezar el cálculo se llevarán estas coordenadas a las cartesianas (X,Y,Z) no tiene gran importancia ;pero para ser conciso el punto latitud 0º y longitud 0º sera (X=r,Y=0,Z=0) siendo r el radio de la Tierra.

$$x = r.\cos(lat).\cos(long)$$

$$y = r.\cos(lat).sen(long)$$

$$z = r.sen(lat)$$

Luego usaremos la propiedad del producto interno (canónico) muy utilizado en álgebra.
Producto interno:

$$V_1.V_2=(x_1,y_1,z_1).(x_2,y_2,z_2)=x_1.x_2+y_1.y_2+z_1.z_2=\|V_1\|.\|V_2\|.\cos(\alpha)$$

Nos dice que α es el ángulo entre las 2 ubicaciones con referencia al centro de la Tierra.
Para simplificar cálculos tomaremos el radio=1 , solo me importa el ángulo que forman estas 2 ubicaciones con el centro de la Tierra.

$$\|\vec{V_1}\| = r_1 = 1$$

$$\|V_2\| = r_2 = 1$$

$$V_1.V_2=\cos(lat_1).\cos(lat_2).\cos(long_1).\cos(long_2)+\cos(lat_1).sen(long_1).\cos(lat_2).sen(long_2)$$
$$+sen(lat_1).sen(lat_2)$$

Agrupando

$$V_1.V_2 = \cos(lat_1).\cos(lat_2)[\cos(long_1).\cos(long_2)+sen(lat_1).sen(lat_2)]+sen(lat_1).sen(lat_2)$$

Identidad trigonométrica

$$\cos(long_1 - long_2) = \cos(long_1).\cos(long_2)+sen(long_1).sen(long_2)$$

Reemplazando

$$V_1.V_2 = \cos(lat_1).\cos(lat_2).\cos(long_1 - long_2)+sen(lat_1).sen(lat_2)$$

De la definición de producto interno (recordar que se uso r=1)

$$\cos(\alpha) = \cos(lat_1).\cos(lat_2).\cos(long_1 - long_2)+sen(lat_1).sen(lat_2)$$

Entonces el angulo entre las 2 ubicaciones será:

$$\alpha = ar\cos[\cos(lat_1).\cos(lat_2).\cos(long_1 - long_2)+sen(lat_1).sen(lat_2)]$$

Ahora sabiendo que la circunferencia de la tierra es de 40075Km esta distancia equivale a una vuelta entera es decir 360º , haciendo una regla de 3 simple.

$$Distancia=40075\,Km.\frac{\alpha}{360^o}$$